OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ - BRĂILA, 22 februarie 2015
CLASA A VI-A

1. Arătați că $3^{2015}+4^{2015}<5^{2015}$.

George-Florin Șerban, Brăila

2. Fie numerele raționale pozitive $a_1, a_2, a_3, ..., a_{2015}$ astfel încât

$$\frac{1}{a_1+1}+\frac{2}{a_2+2}+...+\frac{2015}{a_{2015}+2015}=2000.$$

Arătați că suma $\frac{a_1}{a_1+1}+\frac{a_2}{a_2+2}+...+\frac{a_{2015}}{a_{2015}+2015}$ este un număr de forma $2^n-1,\ n\in\mathbb{N}$.

Octavia Popa, Brăila

3. Fie $M_1, M_2, M_3, ..., M_n$ puncte coliniare în această ordine, astfel încât:

$$M_1M_2=9;\ M_2M_3=17,\ M_3M_4=33,\ M_4M_5=65,\ ...,\ M_{n-1}M_n.$$

a) Aflați lungimea segmentului $[M_8M_9]$.

b) Aflați $n\in\mathbb{N}$ dacă $M_1M_n=8194$.

c) Aflați lungimea segmentului M_2A unde *A* este mijlocul segmentului $[M_7M_9]$.

Daniela Tilincă și Adriana Mihăilă, Brăila

4. Fie $\sphericalangle AOD$ cu $m(\sphericalangle AOD)=98^0$ și $(OB$, $(OC$ semidrepte incluse în interiorul $\sphericalangle AOD$, $(OC$ semidreaptă inclusă în interiorul $\sphericalangle BOD$ astfel încât

$$a\cdot m(\sphericalangle AOB)=c\cdot m(\sphericalangle BOC) \text{ și } b\cdot m(\sphericalangle BOC)=c\cdot m(\sphericalangle COD),$$

unde *a*, *b*, *c* sunt numere prime care verifică relația $3a+5(3b+7c)=195$.

Să se afle $m(\sphericalangle AOB)$, $m(\sphericalangle BOC)$ și $m(\sphericalangle COD)$.

Carmen Botea și Viorel Botea, Brăila